פיזיקה 1פ (מכניקה לפיסיקאים)

פרק 19 - כבידה וכוח מרכזי

תוכן העניינים

1. תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד 1
2. חוקי קפלר 4
3. בעיית שני הגופים ומסה מצומצמת ..... (ללא ספר)
4. תרגילים נוספים 5

תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד:

שאלות:

1) טיל יוצא מכדה"א וחוזר

טיל נורה מכדור הארץ.
הטיל מתרחק מכדור הארץ וחוזר אליו בחזרה.
נתון שבאיזושהי נקודה במסלול המרחק של הטיל מכדה"א הוא R_1.

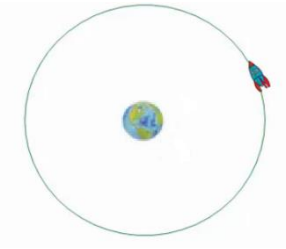
נתונה הזווית בין R_1 למהירות באותו הרגע v_1 היא 30 מעלות.

רדיוס כדה"א הוא R_E וזווית הפגיעה של הטיל בכדה"א היא θ.

א. מצא את: v_2 , v_1 , v_0 , θ_0. (v_2 מהירות פגיעת הטיל בכדה"א).

ב. חשב את: R_{max} (המרחק המקסימלי של הטיל מכדה"א)
ו- v_{min} (המהירות באותה נקודה).

2) חלק עף במהירות מילוט



חללית בעלת מסה m סובבת את כדה"א במסלול מעגלי ברדיוס R. ברגע מסוים החללית מתפצלת לשני חלקים.
אחד החלקים בעל מסה של שליש m עף בכיוון הרדיאלי במהירות המילוט.
מצא את הרדיוס המינימלי והמקסימלי של החלק השני.

3) פוטנציאל אפקטיבי

גוף בעל מסה m נע בתנועה מעגלית תחת השפעת הפוטנציאל: $U(r)=-\frac{A}{\sqrt{r}}$

כאשר A קבוע נתון. נתון גם התנע הזוויתי של הגוף L.

א. מצא את רדיוס המעגל.

ב. מצא את מהירות הגוף.

4) זמן מחזור

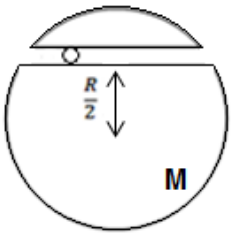
גוף בעל מסה m נע בקו ישר (מימד אחד) תחת הפוטנציאל: $U(x)=B|x|$.

נתון כי המרחק המקסימלי אליו מגיע הגוף הוא A.

א. מצא את ערך האנרגיה הכללית של הגוף.

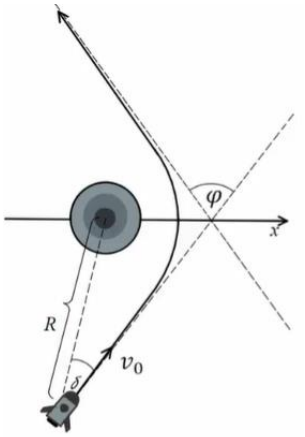
ב. מצא את זמן המחזור.

5) גוף זז במנהרה במרחק מהמרכז



גוף נע במנהרה הנמצאת במרחק $\frac{R}{2}$ ממרכז כדור בעל מסה M.
הגוף מתחיל ממנוחה בקצה המנהרה ואין חיכוך.
מצא את מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.

6) מדידת מסה של חור שחור



חור שחור הינו גוף שמימי כבד מאוד.
כדי למדוד את המסה M של חור שחור הנמצא במרחק גדול מאוד R מאתנו ובמנוחה ביחס אלינו, יורים לעברו טיל בעל מסה m הקטנה מאוד ביחס למסת החור.
המהירות ההתחלתית של הטיל היא v_0 והיא מוסטת בזווית δ קטנה מאוד לכיוון המדויק אל החור.
מכשור שנמצא על הטיל יכול להורות לנו מה הזווית φ אליו הוסט הטיל לאחר זמן רב ביחס לזווית ממנה התחיל.
ניתן להניח כי האנרגיה הפוטנציאלית במרחק R זניחה.

א. מהי האקסצנטריות של מסלול הטיל סביב החור השחור? מהו סוג המסלול? (מעגל, אליפסה או היפרבולה).

ב. מהי הזווית של מהירות הטיל לאחר שהתרחק מאוד מהחור ביחס לציר ה-x?

ג. מצא קשר בין הזווית של סעיף ב' ל-φ ובטא את מסת החור באמצעות: φ, δ, v_0, R, m.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) ראה סרטון.

3) א. $r_0=\left(\frac{2L^2}{mA}\right)^{\frac{2}{3}}$ ב. $v=\frac{L}{m\left(\frac{2L^2}{mA}\right)^{\frac{2}{3}}}$

4) א. $E\left(x_{max}\right)=0+B\cdot A$ ב. $T=8A\sqrt{\frac{2B}{m}}$

5) $x(t)=-\frac{\sqrt{3}}{2}R\cos\left(\sqrt{\frac{GM}{R^3}}t\right)$

6) א. היפרבולה, $\varepsilon=\sqrt{1+\left(\frac{v_0{}^2R\sin\delta}{GM}\right)^2}$ ב. $\cos\theta=-\frac{1}{\varepsilon}$

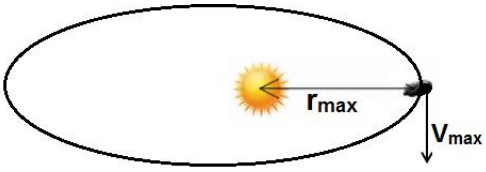
ג. $M=\frac{1}{G}v_0{}^2R\sin\delta\tan\frac{\varphi}{2}$

חוקי קפלר:

שאלות:

1) מציאת זמן מחזור

גוף נע סביב השמש במסלול אליפטי כך שמהירותו המקסימאלית ומרחקו המינימלי מהשמש נתונים.
נתון גם שטח האליפסה שעושה הגוף.
מצא את זמן המחזור של הגוף.

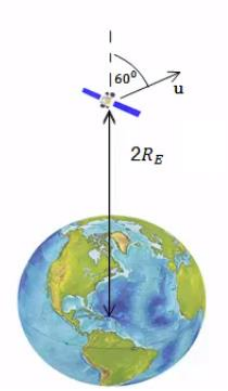


תשובות סופיות:

1) $T = \left(\frac{r_{min} V_{max}}{2S} \right)^{-1}$

תרגילים נוספים:

שאלות:



1) לווין נכנס למסלול אליפטי

לווין נורה אנכית מפני כדה"א.
הלווין מגיע לשיא גובה של $2R_E$.
ברגע זה ניתנת לו מהירות בכיוון 60 מעלות עם האנך לכדור הארץ שגודלה u.
(התעלם מסיבוב ותנועת כדור הארץ).

א. מצא תנאי על המהירות u כך שהלווין ישאר במסלול סגור.
ב. מצא תנאי נוסף על u כך שהלווין לא יפגע בכדור הארץ.

2) יקום דו מימדי

ביקום דו מימדי פועל כוח שמרכזו בנקודה $(x_0\ ,\ y_0)$
וגודלו: $\dfrac{k}{\left((x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right)^{\frac{3}{4}}}$. כיוון הכוח הוא תמיד לכיוון מרכזו.

א. האם הכוח הוא כוח משמר? אם כן, מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח.
חשב את העבודה שמבצע הכוח על מסה M אשר נעה בין הנקודה $(x_1\ ,\ y_1)$ לבין הנקודה $(x_2\ ,\ y_2)$.

ב. מסה M נמצאת במיקום $(Bx_0\ ,\ By_0)$ ויש לה מהירות: $\vec{v}=A(\hat{x}+\hat{y})$.
מה תהיה מהירות המסה כשהמרחק בינה לבין מרכז הכוח יהיה d?
($A\ ,\ B,\ d$ גדולים מאפס).

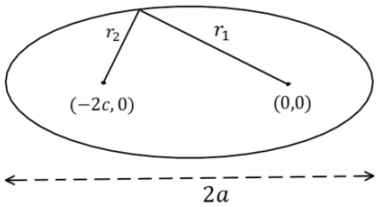
ג. מסה M נמצאת במרחק r_1 ממרכז הכוח.
למסה מהירות v_1 וידוע שהמסה נמצאת בשיווי משקל בכל זמן.
מצא קשר בין v_1 לבין r_1.

ד. פצצה בעלת מסה M מסתובבת סביב מרכז הכוח וברגע שגודל המהירות שלה הוא v_2 והמרחק שלה הוא r_2, כיוון המהירות מאונך לכיוון המיקום שלה ביחס למרכז הכוח. באותו הרגע הפצצה מתפוצצת לשני חלקים אחד בגודל m והשני בגודל $M-m$.
החלק $M-m$ ממשיך באותו כיוון מהירות כמו לפני הפיצוץ.
מה צריכה להיות מהירות החלק m על מנת שהחלק $M-m$ יהיה במרחק קבוע ממרכז הכוח לאחר הפיצוץ והלאה?

3) פיתוח משוואת האליפסה

באליפסה סכום המרחקים של כל נקודה משני המוקדים של האליפסה הוא קבוע ושווה ל- 2a (רוחב האליפסה).

נתונה אליפסה שהמוקדים שלה נמצאים בנקודות $(0,0)$ ו-$(-2c,0)$.



$r_1 + r_2 = 2a$

הראו כי משוואת האליפסה היא: $r(\theta) = \frac{r_0}{1+\varepsilon\cos\theta}$ כאשר $\varepsilon = \frac{c}{a}$

ו- $r_0 = \frac{(a^2 - c^2)}{a}$.

תשובות סופיות:

1) א. $|u|<\sqrt{\frac{GM}{R_E}}$ ב. $\sqrt{\frac{GM}{2R_E}}<|u|<\sqrt{\frac{GM}{R_E}}$

2) א. משמר, $U(r')=-2kr'^{-\frac{1}{2}}$ כאשר $r'=\left((x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right)^{\frac{1}{2}}$,

$$W=2k\left[\left((x_2-x_0)^2+(y_2-y_0)^2\right)^{-\frac{1}{4}}-\left((x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2\right)^{-\frac{1}{4}}\right]$$

ב. $v=\left(2A^2-\frac{4k}{m}\left[d^{-\frac{1}{2}}-(B-1)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(x_0^{\,2}+y_0^{\,2}\right)^{-\frac{1}{4}}\right]\right)^{\frac{1}{2}}$ ג. $v_1=\sqrt{\frac{k}{m}}\,r_1^{-\frac{1}{4}}$

ד. אחורה $u_2=\frac{1}{m}(M-m)\sqrt{\frac{k}{m}}r_1^{-\frac{1}{4}}-\frac{M}{m}v_1$

3) הוכחה.